



Universidade de Cabo Verde  
Escola de Negócios e Governação



Universidade do Minho  
Escola de Economia e Gestão

Mestrado em Finanças Empresariais

Dissertação

# Medidas de Perda na Avaliação do Desempenho de Fundos de Investimentos

António Furtado

Orientador: Prof. DR. Nelson Areal

4 de Julho de 2011

António Furtado

Medidas de Perda na Avaliação do  
Desempenho de Fundos de Investimentos

Dissertação apresentada à Escola de  
Negócios e Governação da Universidade de  
Cabo Verde, para a obtenção do Título de  
Mestre em Finanças Empresariais.

Orientador: Prof. Dr. Nelson Areal

**Praia**

4 de Julho de 2011

Aluno, António Luís Borges Furtado.  
Orientador, Prof. DR. Nelson Areal.

Medidas de Perda na Avaliação do Desempenho de Fundos  
de Investimentos

31 páginas

Dissertação (Mestrado) - Escola de Negócios e Governação  
da Universidade de Cabo Verde, em parceria com Escola de  
Economia e Gestão da Universidade do Minho.

I. Escola de Negócios e Governação da Universidade de Cabo  
Verde.

## O Júri:

---

Prof(a). Dr(a).

Nome

---

Prof(a). Dr(a).

Nome

---

Prof. Dr.

Nelson Areal

## Agradecimentos

Agradeço o meu orientador,  
*Prof. Dr. Nelson Areal* pelos sábios contributos  
e atenção que me dedicou. A minha prezada  
família, os meus amigos, pelo carinho e amizade  
que foram decisivos no meu empenho durante  
todo o tempo.

Com apreço e infinita estima agradeço ao *Jair*,  
*Nilson*, *Cláudia* e a todos pela amizade e in-  
cansável ajuda na lida do dia-a-dia e muito es-  
pecialmente na elaboração do presente trabalho.

## Resumo

Uma das medidas de performance mais utilizada é a medida de Sharpe. A sua utilização é inadequada quando as rendibilidades não seguem uma distribuição normal, assim originou o aparecimento de uma variedade de medidas alternativas. Em função disso, surge então a questão de saber se essas medidas alternativas produzem rankings significativamente diferentes da que se obtém com a medida de Sharpe. Apesar da existência de muitos estudos empíricos sobre esta problemática a resposta não é consensual. Neste trabalho fez-se a comparação entre o ranking produzido pela medida de Sharpe e as algumas medidas alternativas, as que se baseiam no *Low Partial Moments* (Omega, Sortino, Kappa3 e Upside Potential Ratio) e, as que se baseiam no VaR - *Value-at-Risk* (ERV - Excess Return on VaR, ERMV - Excess Return on Modified VaR, ERCV - Excess Return on Conditional VaR e ERV★ - Excess Return com VaR histórico). Utilizando 26 fundos de investimentos norte-americanos, com registo diário das rendibilidades para o período de Janeiro 2000 a Setembro 2009, encontrou-se um elevado coeficiente de correlação de Spearman e de Kendall entre a medida de Sharpe e as alternativas, bem como as alternativas entre si, excepto para Upside Potential Ratio que os coeficientes são relativamente baixos. Os resultados permitem concluir que existe uma medida que proporciona ordenações diferentes.

## Abstract

The Sharpe's performance measure is one of the most commonly used. Its use is inadequate when the series of funds returns do not follow the normal distribution, which has motivated the appearance of several alternative measures of performance. When this occurs the question of whether alternative measures of risk would result in different performance rankings emerges. There are several empirical studies that address this problem but the results are not consistent. This work compares the ranking produced with Sharpe's measure and other alternative measures where risk is calculated on a base of Low Partial Moments (Omega, Sortino, Kapa3 and Upside Potential Ratio) or VaR - *Value-at-Risk* (ERV - Excess Return on VaR, ERMV - Excess Return on Modified VaR, ERCV - Excess Return on Conditional VaR and ERV $\star$  - Excess Return with historic VaR). The analysis of 26 North-American investment funds with daily records from January 2000 to September 2009 reveal a very high Spearman's and Kendall's correlation coefficients between the Sharpe's measure and the alternative measures, as well as among the various alternative measures (except for the Upside Potential Ratio which displays significantly low correlation coefficients). The results indicate that the choice of risk measure is not irrelevant for performance measurement.

## Lista de Figuras

- 1 Evolução do índice S&P-500 ao longo do período de Janeiro 2000 a Setembro 2009. . . . . 11

## Lista de Tabelas

- 1 Estatística descritiva da amostra (média, desvio padrão, assimetria e curtose) . . . . . 11
- 2 Medidas de Performance . . . . . 13
- 3 Percentagem de concordância entre as diferentes medidas de performance (fundos colocados na mesma posição) . . . . . 20
- 4 Coeficientes de correlação:  $\rho$  de Spearman (valores abaixo da diagonal); e  $\tau$  de Kendall (valores acima da diagonal) . . . . . 22
- 5 Performance dos fundos. . . . . 30
- 6 Ranking dos fundos de acordo com os valores obtidos da aplicação das medidas de performance . . . . . 31

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Revisão de Literatura</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Descrição de Dados</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>12</b>
4.1	Medidas de Performance . . . . .	12
4.2	Medida de Sharpe . . . . .	12
4.3	Medidas de performance baseadas em LPM ( <i>Low Partial Mo-</i> <i>ment</i> ) . . . . .	13
4.3.1	Omega . . . . .	14
4.3.2	Medida de Sortino . . . . .	15
4.3.3	Kappa . . . . .	15
4.3.4	Upside Potential Ratio . . . . .	15
4.4	Medidas de performance baseadas em VaR ( <i>Value at Risk</i> ) . .	16
4.4.1	Standard VaR . . . . .	16
4.4.2	Modified VaR . . . . .	17
4.4.3	Conditional VaR . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Resultados Empíricos</b>	<b>19</b>
5.1	Os Rankings . . . . .	19
5.2	Coefficientes de Correlação . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>23</b>
	<b>Referências</b>	<b>29</b>

# 1 Introdução

Analistas financeiros e investidores individuais, utilizam as medidas de rendibilidades associadas ao risco para escolher a melhor opção de investimento, e ainda, para avaliar a habilidade de um gestor.

As medidas de desempenho mais utilizadas são as que se baseiam na média e variância. A mais utilizada é a medida de Sharpe, que estabelece a relação entre o prémio de risco e o desvio padrão das rendibilidades geradas pelos fundos, carteiras ou activos avaliados ([Sharpe, 1966](#)).

O principal pressuposto dessas medidas é a normalidade das rendibilidades. Na prática, as rendibilidades geradas pelos fundos de investimentos (fundos fechados, hedge funds) desviam-se significativamente da distribuição normal ([Eling & Schuhmacher, 2007](#)). Mediante esta situação, a utilização dessas medidas não é adequada e podem conduzir a resultados enganadores ([Zakamouline, 2010](#)), uma vez que o desvio padrão não avalia correctamente o risco.

Quando as rendibilidades não seguem a distribuição normal, obtêm-se uma distribuição assimétrica, e com excesso de curtose o que pode conduzir à subestimação do risco, e conseqüentemente à sobreavaliação do desempenho.

Esta problemática originou o aparecimento de inúmeras medidas alternativas para o risco ([Cogneau & Hübner, 2009](#)), de entre as quais as medidas de risco de perda.

Os investidores têm uma preferência às distribuições assimétricas negativas, ou seja, preocupam-se mais com o risco de perda do que com a possibilidade de um ganho superior (Adcock *et al.*, 2010). Entretanto, existem estudos que afirmam que a escolha da medida não influencia a avaliação do desempenho de fundos de investimentos (Eling & Schuhmacher, 2007; Eling, 2008), e outros que afirmam o contrário (Zakamouline, 2010; Ornelas *et al.*, 2010).

Embora, a maioria dos fundos usados nos seus estudo desviem significativamente da normal Eling & Schuhmacher (2007) e Eling (2008) encontraram elevado nível de correlação entre a medida de Sharpe e as alternativas, assim concluíram que a escolha das medidas não afecta a avaliação dos fundos. Já Ornelas *et al.* (2010) e Zakamouline (2010) não compartilham da mesma opinião que os autores acima citados. Zakamouline (2010) afirma que quando os desvios à normalidade não forem muito severos, ou os fundos sofrem do mesmo tipo de desvios a correlação tende a ser se não perfeita, quase. O que explica os resultados obtidos por Eling & Schuhmacher (2007) e Eling (2008). Ainda destacou o importante papel da assimetria e curtose ao encontrar uma correlação negativa entre o valor absoluto da medida de assimetria apresentada pelas rendibilidades e o valor da medida de Sharpe. Sob a mesma óptica, Adcock *et al.* (2010) diz que as medidas alternativas só têm um impacto significativo quando a variação da medida de assimetria na amostra é elevada.

Como se pode ver, a avaliação de performance é um assunto controverso, e por isso prevalece a questão:

*”A escolha das medidas é relevante para avaliação do desempenho dos fundos de investimentos?”*

Daí que com este trabalho, pretende-se analisar o impacto da inclusão das medidas de risco de perda na avaliação da performance de fundos de investimentos, ou seja, averiguar se há uma diferença significativa no ranking obtido com a inclusão dessas medidas, em relação a que se obtém com a medida de Sharpe. Utilizar-se-há rendibilidades diárias de 26 fundos norte-americanos pertencentes à categoria Lipper de Large-Cap Core Funds (LLCE), no período de Janeiro 2000 a Setembro 2009, informações provenientes de Center for Research in Security Prices (CRSP) US Mutual Funds.

Serão contempladas medidas cujo risco é avaliado com base em:

- **VaR** - (*Value at Risk*) a possível perda num investimento, que não pode ser excedido com uma dada probabilidade  $1 - \alpha$ , ( $\alpha$  -nível de significância) num certo período de tempo.

Com VaR, CVaR (Conditional VaR), MVaR (Modified VaR) e VaR $\star$  (VaR histórico) obtém-se ERV (Excess Return on VaR), ERCV (Excess Return on Conditional VaR), ERMV (Excess Return on Modified VaR) e ERV $\star$  (Excess Return com VaR histórico) respectivamente.

- **LPMs** - (*Low Partial Moment*) considera apenas os desvios negativos das rendibilidades em relação ao mínimo aceitável pelos investidores. Situação que normalmente a maioria procura evitar.

Com LPMs de ordem 1, 2, e 3 obtém-se os chamados rácios de Omega, Sortino, Kappa 3 e, também UPR (Upside potential ratio)

Os resultados obtidos neste estudo, são concordantes com [Ornelas \*et al.\*](#)

(2010) e Zakamouline (2010). Da aplicação das medidas contempladas, encontrou-se um elevado nível de correlação Spearman e Kendall entre a medida de Sharpe e as alternativas, bem como as medidas alternativas entre si, excepto para o UPR em que os coeficientes são mais baixos. Desta forma, a escolha das medidas é sim relevante no processo de avaliação de performance.

A restante parte do trabalho respeita a seguinte estrutura:

- **Secção 2** - Discussão da literatura sobre as medidas de desempenho ajustadas ao risco de perda, e resultados empíricos das suas utilizações;
- **Secção 3** - Apresenta a descrição dos dados utilizados;
- **Secção 4** - Realça a metodologia usada no cálculo dos rácios para obtenção dos rankings;
- **Secção 5** - Apresentação e discussão dos resultados empíricos obtidos;
- **Secção 6** - Resumo do trabalho.

## 2 Revisão de Literatura

Perante a diversidade de medidas do risco, um dos assuntos fulcrais na avaliação do desempenho de carteiras ou fundos de investimentos é, a escolha de uma medida que avalie o risco correctamente.

As medidas de performance mais utilizadas, são as baseadas na média e variância. A mais falada é a de Sharpe, que avalia a relação entre o prémio de risco e o desvio padrão das rendibilidades geradas pelos fundos ou carteiras

de investimento (Sharpe, 1966).

Essas medidas têm sido alvos de algumas críticas, por pressuporem a normalidade das rendibilidades. Situação que não se verifica na prática. Por isso, questiona-se quanto a adequação das suas utilizações na avaliação da performance de fundos.

A medida de Sharpe só é válida quando as rendibilidades seguem a distribuição normal. O desvio padrão, trata o risco como sinónimo de incerteza nos resultados, o que é discutível. Penaliza igualmente, tanto os desvios positivos como os negativos da rendibilidade em relação à esperada (Bertsimas *et al.*, 2004; Chen *et al.*, 2008). E ainda, o risco medido através do desvio padrão viola uma das propriedades proposta por Artzner *et al.* (1999), a monotonicidade.

De acordo com Artzner *et al.* (1999) uma medida de risco coerente é uma função real  $\rho(x)$  que seja:

1. Invariante -  $\forall \alpha \in R, \rho(x + \alpha) = \rho(x) - \alpha$
2. Sub-aditiva -  $\rho(x + y) \leq \rho(x) + \rho(y)$
3. Homogénea positiva -  $\forall \lambda \in R : \lambda \geq 0, \rho(\lambda x) = \lambda \rho(x)$
4. Monotónica - se  $x \leq y$  então  $\rho(y) \leq \rho(x)$

Na presença de distribuições assimétricas e com excesso de curtose, a medida de Sharpe conduz a resultados enganadores (Zakamouline, 2010), subestimando o risco e sobrestimado o desempenho (Eling, 2008).

Koekebakker & Zakamouline (2009) afirmam que os investidores não são neutros às medidas de curtose e assimetria, e que existe um prémio associado às rendibilidades de distribuições assimétricas negativas e com curtose em excesso. Os investidores tem uma preferência às distribuições assimétricas negativas, ou seja, preocupam-se mais com o risco de perda do que com a possibilidade de um ganho superior (Adcock *et al.*, 2010).

Deste modo, é necessário considerar medidas de risco que realcem esses aspectos.

Uma resposta é as medidas de perda, LPM (Low Partial Moment), e VaR (Value-at-Risk). LPM encara o risco como desvio negativo das rendibilidades em relação ao ponto de referência do investidor (Fishburn, 1977), em vez da média.

$$LPM_n(x, \tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - x)^n f(x) dx, \quad n \geq 0$$

em que,  $f(x)$  é a função densidade das rendibilidades do activo  $x$ , e  $\tau$  a rendibilidade pretendida pelo investidor, assumindo a continuidade da variável em estudo.

Com base nessa medida de risco obtém-se a medida de Kappa (Kaplan & Knowles, 2004) que é generalização da medida Omega (Shadwick & Keating, 2002) e da medida de Sortino (Sortino & Price, 1994); e ainda o UPR (*Upside Potential Ratio*) que faz a combinação entre o HPM (*High Partial Moment*) e LPM (Sortino *et al.*, 2003).

Outra alternativa para medir o risco é VaR (*Value-at-Risk*), que mede a perda máxima que se pode sofrer num investimento, com uma dada probabilidade  $1 - \alpha$ , ( $\alpha$ -nível de significância) num certo período de tempo.

Matematicamente definida pela seguinte expressão (Sarykalin *et al.*, 2008; Bertsimas *et al.*, 2004):

$$VaR_\alpha(x) = \min \{z | F_x(z) \geq \alpha\}$$

com  $F_x(z) = P(x \leq z)$

Para estimar o VaR pode-se optar por métodos paramétricos ou não paramétricos (Jorion, 2001). Uma vez que as rendibilidades dos fundos apresentam um nível significativo da medida de assimetria e do curtose é inapropriado o uso de VaR que assumam a normalidade das rendibilidades. Este problema é ultrapassado recorrendo ao MVar (Modified VaR), que utiliza a expansão de Cornish-Fisher para incorporar a medida de assimetria e curtose no cálculo de VaR (Singer & Favre, 2002; Favre & Galeano, 2002).

Sob a assunção da normalidade das distribuições, as medidas de performance baseadas em VaR produzem ranking significativamente igual a que se obtém utilizando a medida de Sharpe (Eling & Schuhmacher, 2007; Eling, 2008).

Apesar da sua fácil interpretação, a utilização do VaR é de certa forma contestada pelo facto de não ser sub-aditiva (desincentiva a diversificação (Acerbi *et al.*, 2001; Acerbi & Tasche, 2002; Bertsimas *et al.*, 2004)). Por este facto, não é adequado para avaliar o risco de acordo com os axiomas propostos por Artzner *et al.* (1999).

VaR ainda é criticado por não realçar a situação caso a perda prevista seja excedida. Nessa perspectiva aparece o CVaR (*Conditonal VaR*) também conhecida por "*Expected Shortfall*" (Rockafellar & Uryasev, 2000), dada pela seguinte expressão:

$$CVaR_{\alpha}(x) = \alpha^{-1} \int_{-\infty}^{VaR_{\alpha}(x)} x f(x) dx$$

Esta medida determina a perda que se pode sofrer caso estas sejam superiores ao VaR. CVaR é tido como superior ao VaR, por dispor de boas propriedades matemáticas. É coerente com os axiomas proposto por Artzner *et al.* (1999). O processo de otimização através de CVaR é mais fácil do que com VaR (Rockafellar & Uryasev, 2000).

Mediante um vasto leque de medidas alternativas para a avaliação da performance cada uma com vantagens e desvantagens, torna-se relevante saber se essas medidas produzem um ranking diferente daquilo que se obteria baseando na média e variância.

Têm sido realizados alguns estudos nesse sentido, Eling & Schuhmacher (2007) e Eling (2008), compararam a medida de Sharpe com as alternativas. Embora, as distribuições das rendibilidades dos fundos desviem significativamente da normal, encontraram coeficiente de correlação superior a 90%, tanto entre medida de Sharpe e as alternativas, como as medidas alternativas entre si. Permitindo-lhes afirmar que a escolha das medidas não tem

relevância na avaliação de fundos.

Do lado oposto encontram-se os estudos de [Zakamouline \(2010\)](#), e [Ornelas et al. \(2010\)](#).

Segundo [Zakamouline \(2010\)](#), as medidas de performance são usadas não só para ordenar os fundos mas também para identificar a melhor oportunidade de investimento. Na sua opinião, os resultados obtidos nos estudos anteriormente referenciados prende-se principalmente pelo facto de:

- Grande percentagem das rendibilidades dos fundos terem distribuições próximas da normal e, torna-se difícil ver uma diferença significativa.
- A conclusão ter sido feita somente com base no coeficiente correlação de Spearman sem nenhuma análise profunda nas diferenças entre rankings.

Orientado pela questão levantada por [Eling \(2008\)](#), [Ornelas et al. \(2010\)](#) realizou um estudo empírico com dados sobre rendibilidades diárias, e mensais dos índices US Fixed-Income, Equity e Asset Allocation Mutual Funds relativamente ao período de Janeiro 1998 a Agosto 2008.

Comparou o ranking entre diferentes medidas e, constatou que as medidas ajustadas ao risco produzem rankings semelhantes quando tem o mesmo numerador (Omega, Sortino, Kappa3, ERV, ERCV) à semelhança do obtido por [Eling \(2008\)](#). Por outro lado, os resultados podem ser significativamente diferentes quando os numeradores forem diferentes. Por exemplo, para o Upside Potential Ratio chegou-se a encontrar um coeficiente de correlação de 30,55%.

Num recente estudo, [Adcock \*et al.\* \(2010\)](#) analisou uma amostra de 109 fundos (UK Investment Trusts). Utilizando o FHS (Filter Historical Simulation) para calcular o VaR e Expected Shortfall, e mesmo assim, encontrou-se um elevado nível de associação entre a medida de Sharpe e as alternativas, resultado que pode ser justificado pela fraca variação das medidas de assimetria e curtose, entre os fundos testados. Contudo, de acordo com a simulação realizada foi possível afirmar que as medidas alternativas têm um impacto significativo nos rankings quando as rendibilidades sofrem uma grande variação nas medidas de curtose e assimetria conforme frisado por [Zakamouline \(2010\)](#), tendo a assimetria um papel mais relevante.

### 3 Descrição de Dados

Os dados utilizados no estudo empírico foram obtidos a partir de Center for Research in Security Prices (CRSP) US Mutual Funds. Estes referem-se a 26 fundos de investimentos norte-americanos, com registo diário das rendibilidades para o período de Janeiro 2000 a Setembro 2009. Estes pertencem à categoria Lipper de Large-Cap Core Funds (LLCE). Em média, esses fundos apresentam price-to-earnings (PER), price-to-book (PB), sales-per-share (SPS) comparável ao S&P 500. São os únicos que, estando activos mantiveram essa categoria ao longo de todo o período.

A aproximação para o índice de mercado é S&P 500. A taxa isenta de risco é, a taxa do Eurodollars a 1 mês (taxa anual nominal) em vigor no dia

Figura 1: Evolução do índice S&P-500 ao longo do período de Janeiro 2000 a Setembro 2009.

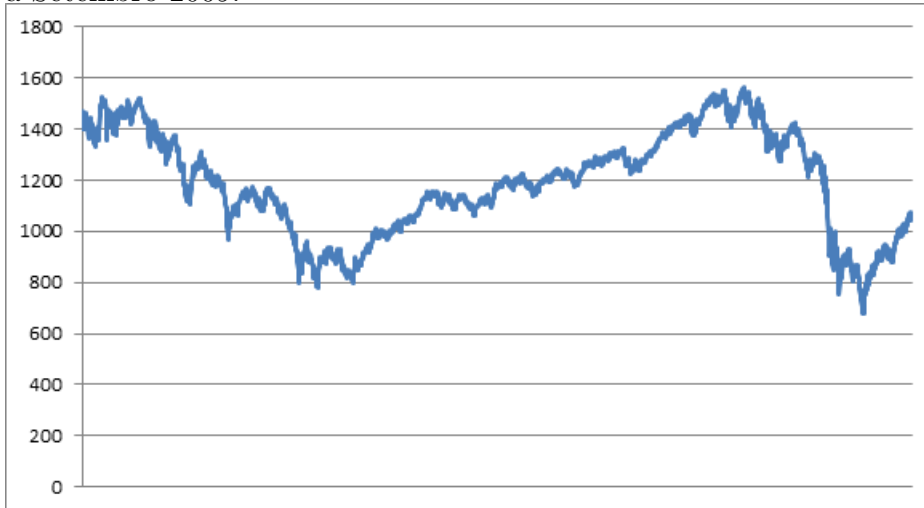


Tabela 1: Estatística descritiva da amostra (média, desvio padrão, assimetria e curtose)

	<b>Média</b>	<b>Mediana</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
<b>Média</b>	0,00003579	0,00002748	0,00004877	-0,00005714	0,00016299
<b>Desvio Padrão</b>	0,01346563	0,01371241	0,00104554	0,01052866	0,01484221
<b>Assimetria</b>	0,09795098	0,11409960	0,09205501	-0,12414627	0,22975056
<b>Curtose</b>	10,62231756	10,55005463	1,67057846	7,80675426	16,70902497

30-09-2009 convertida numa taxa diária efectiva<sup>1</sup>.

Observe-se o gráfico da figura 1 das variações do preço ao deste índice ao longo do período em estudo.

A tabela 1 apresenta os dados descritivos desses fundos contendo informações relativamente à média, variância, desvio padrão, assimetria e curtose.

---

<sup>1</sup> $\left(1 + \frac{0,335}{12 \times 100}\right)^{\frac{1}{30}} - 1$

Cerca de 11% desses fundos apresentam medida de assimetria negativa, e os restantes positivo. Também é de realçar que todos eles apresentam um excesso de curtose.

Aplicando o teste de Jarque - Bera<sup>2</sup>, com 99% de confiança, a hipótese da normalidade das rendibilidades é rejeitada para todos os fundos.

## 4 Metodologia

### 4.1 Medidas de Performance

Os diferentes agentes financeiros usam medidas de performance ajustadas ao risco de formas diferentes, e com fins também diferentes. Para que essas medidas produzam o resultado correcto é preciso que, o risco seja bem avaliado. A tabela 2 apresenta sintetizadamente todas as medidas contempladas neste trabalho.

### 4.2 Medida de Sharpe

Uma das mais utilizadas é a medida de Sharpe, que mede a relação entre o prémio de risco e o desvio padrão das rendibilidades geradas pelos fundos num determinado período (Sharpe, 1966).

$$S(x) = \frac{E[x] - r_f}{\sigma_x}$$

---

<sup>2</sup> $JB_x = \frac{n}{6} \left( S_x^2 + \frac{(K_x - 3)^2}{4} \right) \approx \chi_2^2$  (Qui quadrado com dois graus de liberdade)

Tabela 2: Medidas de Performance

Medidas de Performance		Referências
Sharpe	$S(x) = \frac{E[x]-r_f}{\sigma_x}$	(Sharpe, 1966)
Omega	$\Omega(x, \tau) = \frac{E[x]-\tau}{LPM_1(x, \tau)} + 1$	(Shadwick & Keating, 2002)
Sortino	$SO(x, \tau) = \frac{E[x]-\tau}{\sqrt{LPM_2(x, \tau)}}$	(Sortino & Price, 1994)
Kappa 3	$K_3(x, \tau) = \frac{E[x]-\tau}{\sqrt[3]{LPM_3(x, \tau)}}$	(Kaplan & Knowles, 2004)
Upside potential ratio	$UPR(x, \tau) = \frac{HPM_1(x, \tau)}{\sqrt{LPM_2(x, \tau)}}$	(Sortino <i>et al.</i> , 2003)
Excess Return on VaR	$ERV(x) = \frac{E[x]-r_f}{VaR_\alpha(x)}$	(Favre & Galeano, 2002)
Excess Return on MVaR	$ERMV(x) = \frac{E[x]-r_f}{MVaR_\alpha(x)}$	(Favre & Galeano, 2002)
Excess Return on CVaR	$ERCV(x) = \frac{E[x]-r_f}{CVaR_\alpha(x)}$	(Biglova <i>et al.</i> , 2004)
<hr/>		
$r_f$ rendibilidade do activo isento de risco		
$E[x]$ valor esperado das rendibilidades		
$LPM_n(x, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \max[\tau - x, 0]^n$ Low Partial Moment de ordem $n$		
$HPM_n(x, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \max[x - \tau, 0]^n$ High Partial Moment de ordem $n$		
<hr/>		
$VaR_\alpha(x) = -(E[x] + z_\alpha \sigma_x)$ Standard VaR		
$MVaR_\alpha(x) = -(E[x] + \sigma_x z'_\alpha(x))$ Modified VaR		
$CVaR_\alpha(x) = -E(x x \leq -VaR_\alpha(x))$ Conditional VaR		

com  $E[x]$  a média das rendibilidades;

$\sigma_x$  o desvio padrão das rendibilidades, e  $r_f$  a rendibilidade do activo isento de risco.

### 4.3 Medidas de performance baseadas em LPM (*Low Partial Moment*)

LPM considera o risco como sendo apenas os desvios negativos em relação à rendibilidade mínima exigida pelos investidores e, incorpora todos os mo-

mentos da distribuição (Sing & Ong, 2000).

$$LPM_n(x, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \max[\tau - x, 0]^n$$

sendo  $T$ , número de observações,  $\tau$  rendibilidade mínima exigida ou ponto de referência do investidor, e  $n$  inteiro não negativo.

LPMs avaliam o risco melhor do que desvio padrão ao considerarem apenas os desvios negativos das rendibilidades em relação ao ponto de referência do investidor.

**LPM<sub>0</sub>** é interpretado como sendo a probabilidade de um activo apresentar rendibilidades abaixo da exigida;

**LPM<sub>1</sub>** é a média do défice das rendibilidades em relação ao ponto de referência dos investidores;

**LPM<sub>2</sub>** é semelhante à semi-variância só que o desvio em vez de ser calculado em relação à média é feito relativamente à taxa mínima exigida.

A variável  $n$  pode ser vista como medida do grau de aversão ao risco, e variam na mesma direcção (Sing & Ong, 2000; Eling & Schuhmacher, 2007; Chen *et al.*, 2008).

### 4.3.1 Omega

Quando se fala em investimentos, uma pergunta que naturalmente surge é:

” *O que eu ganho em caso de sucesso, e em caso de insucesso o que perco?*” (Shadwick & Keating, 2002).

Esta medida pondera o benefício dos ganhos com o impacto das perdas (Chen

*et al.*, 2008).

$$\Omega(x, \tau) = \frac{E[x] - \tau}{LPM_1(x, \tau)} + 1$$

Segundo [Shadwick & Keating \(2002\)](#) esta medida incorpora o efeito total de todos os momentos da distribuição, sem a necessidade de calculá-los individualmente.

#### 4.3.2 Medida de Sortino

$$SO(x, \tau) = \frac{E[x] - \tau}{\sqrt{LPM_2(x, \tau)}}$$

Esta medida difere da, de Sharpe por penalizar apenas os desvios negativos em relação à rentabilidade mínima exigida pelos investidores ([Sortino & Price, 1994](#)).

#### 4.3.3 Kappa

$$K_n(x, \tau) = \frac{E[x] - \tau}{\sqrt[n]{LPM_n(x, \tau)}}$$

Apresentada por [Kaplan & Knowles \(2004\)](#) como uma generalização das medidas de performance baseadas em LPM, ao permitir a variação do parâmetro  $n$ . De facto é visível que para  $n = 1$ ,  $n = 2$  obtém-se  $\Omega(x, \tau) = K_1(x, \tau) + 1$ ,  $SO(x, \tau)$  respectivamente, e para  $n = 3$  obtém-se Kappa 3, a variação máxima considerada neste estudo.

#### 4.3.4 Upside Potential Ratio

De acordo com [Sortino \*et al.\* \(2003\)](#) esta medida é adequada para investidores que procuram a melhor performance acima do seu ponto de referência, sujeito

ao risco de esta não ser alcançada.

$$UPR(x, \tau) = \frac{HPM_1(x, \tau)}{\sqrt{LPM_2(x, \tau)}}$$

em que

$$HPM_n(x, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \max[x - \tau, 0]^n$$

O numerador representa o valor esperado em excesso relativamente à rentabilidade mínima aceitável pelo investidor, e o denominador, o risco de falhanço.

## 4.4 Medidas de performance baseadas em VaR (*Value at Risk*)

### 4.4.1 Standard VaR

VaR é definido como a perda máxima que se espera sofrer, num determinado período, com uma dada probabilidade.

$$VaR_\alpha(x) = -(E[x] + z_\alpha \sigma_x)$$

com  $\alpha \in ]0; 1[$  nível de significância. Assumindo que as rentabilidades seguem distribuição normal.

Uma estimativa para o VaR livre de qualquer pressuposto é o VaR histórico. Considere-se uma amostra de  $T$  observações, ordenadas por ordem crescente  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k \leq \dots \leq x_T$ , então  $VaR_\alpha \star (x)$  será igual a  $x_k$ , tal que  $k = \alpha \times T$ .

#### 4.4.2 Modified VaR

Segundo [Zakamouline \(2010\)](#), a assimetria e curtose têm um papel preponderante na avaliação de performance. Utiliza-se a expansão de Cornish-Fisher no cálculo de VaR para poder-se incurrir as medidas de assimetria e curtose.

$$MVaR_\alpha(x) = - \left( E[x] + \sigma_x z'_\alpha(x) \right)$$

em que

$$z'_\alpha(x) = \left( z_\alpha + (z_\alpha^2 - 1) \frac{S_x}{6} + (z_\alpha^3 - 3z_\alpha) \frac{K_x - 3}{24} - (2z_\alpha^3 - 5z_\alpha) \frac{S_x^2}{36} \right)$$

com

$$S_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(x - E[x])^3}{\sigma_x^3}$$

$$K_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(x - E[x])^4}{\sigma_x^4}$$

representando as medidas de assimetria e curtose respectivamente, da distribuição de  $x$ .

Se a distribuição for normal então  $S_x = 0$ , e  $K_x = 3$ , tornando assim  $z'_\alpha(x) = z_\alpha$  que é o que acontece com o Standard VaR.

A expansão de Cornish-Fisher penaliza as distribuições que apresentam  $S_x < 0$  e  $K_x > 3$ , reduzindo  $z'_\alpha(x)$ , conseqüentemente aumentando o VaR ([Lee, 2007](#); [Grau-Carles et al., 2009](#)).

Embora, o VaR afirme com certo nível de confiança a perda máxima que se espera, continua existindo uma pequena possibilidade de o investidor sofrer

uma perda superior a VaR. Infelizmente, ele não dá nenhuma informação do que acontece na presença deste cenário (Bertsimas *et al.*, 2004). Para tal, recorre-se ao CVaR.

#### 4.4.3 Conditional VaR

$$CVaR_\alpha(x) = -E(x|x \leq -VaR_\alpha(x))$$

Também é chamada de "*Expected Shortfall*" por ser o valor médio esperado das perdas quando estas excedem o VaR.

Quando a distribuição das rendibilidades for normal aplica-se a fórmula (Yamai & Yoshida, 2004):

$$CVaR_\alpha(x) = \frac{e^{-\frac{z_\alpha^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\sigma_x$$

Substituindo  $\sigma_x$  na medida de Sharpe por VaR, MVaR, CVaR e VaR $\star$  obtém-se:

$$ERV(x) = \frac{E[x] - r_f}{VaR_\alpha(x)}$$

$$ERMV(x) = \frac{E[x] - r_f}{MVaR_\alpha(x)}$$

$$ERCV(x) = \frac{E[x] - r_f}{CVaR_\alpha(x)}$$

$$ERV\star(x) = \frac{E[x] - r_f}{VaR_\alpha\star(x)}$$

## 5 Resultados Empíricos

Os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos, aplicando as medidas de performance destacadas na secção 4, em seguida ordenou-se os fundos numa sequência descendente, de acordo com os valores encontrados. E por fim, calculou-se os coeficientes de correlação entre os rankings com o objetivo de avaliar o grau de associação entre os rankings das diferentes medidas de desempenho utilizadas.

### 5.1 Os Rankings

Aplicando as diferentes medidas de performance obteve-se a tabela 5 (página 30), donde se produziu os rankings sintetizado na tabela 6 (página 31) .

Em relação às medidas de risco VaR, MVaR, CVaR e VaR $\star$  foram calculadas a um nível de confiança de 95%. Para LPM a taxa mínima aceitável pelos investidores é igual à taxa isenta de risco ( aproximadamente 0,00814%).

Para análise dos resultados divide-se as medidas em dois grupos, num as que têm o mesmo numerador (Sharpe, Omega, Sortino, Kappa3, ERV, ERMV, ERCV e ERV $\star$ ), e no outro o UPR cujo numerador é diferente dos outros (Ornelas *et al.*, 2010).

Observando os rankings produzidos constata-se que todas as medidas que têm o mesmo numerador apresentam a mesma ordenação para os cinco primeiros e últimos fundos.

Há apenas uma alteração na posição do índice de mercado (S&P 500), para as medidas que tem o mesmo numerador. As medidas de Sharpe, Sortino, Kappa3, ERV, ERMV, ERCV e ERV★ colocam o índice de mercado na sétima posição do ranking, já o Omega na sexta. Quanto ao UPR, o índice de mercado ocupa a vigésima quarta posição no ranking.

A tabela 3 mostra a percentagem de concordância nos rankings, ou seja, percentagem de fundos colocados na mesma posição pelas várias medidas de performance.

Tabela 3: Percentagem de concordância entre as diferentes medidas de performance (fundos colocados na mesma posição)

	Sharpe	Omega	Sortino	Kappa3	UPR	ERV	ERMV	ERCV
Omega	93%							
Sortino	93%	85%						
Kappa3	93%	78%	93%					
UPR	0%	4%	0%	0%				
ERV	100%	93%	93%	93%	0%			
ERMV	100%	93%	93%	93%	0%	100%		
ERCV	100%	93%	93%	93%	0%	100%	100%	
ERV★	93%	85%	100%	93%	0%	93%	93%	93%

De entre as medidas que têm o mesmo numerador, a menor percentagem de concordância é de 78% entre o Kappa3 e Omega. Mesmo assim, a diferença máxima é de uma posição.

O UPR tem apenas uma concordância (4%) com o Omega, o fundo que se encontra na sexta posição e, não tem nenhuma concordância com as restantes.

## 5.2 Coeficientes de Correlação

A correlação é entendida como a relação existente entre conjuntos de dados da mesma amostra. É útil para estabelecer a correspondência entre rankings e, obter a significância da mesma. A qualidade dessa correspondência é medida através do coeficiente de correlação.

Sob os motivos referidos no parágrafo anterior construiu-se uma tabela com os coeficientes de correlação ( $\rho$ ) de Spearman e ( $\tau$ ) Kendall, relativamente ao ranking produzido pelas diferentes medidas. A maioria dos estudos empíricos realizados basearam-se apenas no coeficiente Spearman, mas como se sabe não há uma clara interpretação para este coeficiente (Noether, 1981). Como complemento recorre-se ao  $\tau$  de Kendall que ao contrário de  $\rho$  tem uma fácil interpretação. O coeficiente  $\tau$  é uma aproximação de  $2p - 1$ , em que  $p$  é a probabilidade de duas medidas produzirem mesmo ranking.

A tabela 4 contém os valores dos coeficientes de correlação ( $\rho$ ) de Spearman e ( $\tau$ ) de Kendall. Os valores na tabela acima da diagonal dizem respeito aos valores de  $\tau$  e, os abaixo da diagonal valores de  $\rho$ .

Caso o nível de associação entre os rankings for estatisticamente significativo, conclui-se que a escolha das medidas do desempenho não é relevante na avaliação dos fundos. Por outro lado, se for insignificante a escolha das medidas é relevante.

Todas as medidas que têm o mesmo numerador (Omega, Sortino, Kappa3,

Tabela 4: Coeficientes de correlação:  $\rho$  de Spearman (valores abaixo da diagonal); e  $\tau$  de Kendall (valores acima da diagonal)

	Sharpe	Omega	Sortino	K3	UPR	ERV	ERMV	ERCV	ERV*
Sharpe		,994**	,994**	,989**	,259	1,000**	1,000**	1,000**	,994**
Omega	,999**		,989**	,983**	,254	,994**	,994**	,994**	,989**
Sortino	,999**	,999**		,994**	,265	,994**	,994**	,994**	1,000**
K3	,999**	,998**	,999**		,271*	,989**	,989**	,989**	,994**
UPR	,389*	,379	,393*	,403*		,259	,259	,259	,265
ERV	1,000**	,999**	,999**	,999**	,389*		1,000**	1,000**	,994**
ERMV	1,000**	,999**	,999**	,999**	,389*	1,000**		1,000**	,994**
ERCV	1,000**	,999**	,999**	,999**	,389*	1,000**	1,000**		,994**
ERV*	,999**	,999**	1,000**	,999**	,393*	,999**	,999**	,999**	

\*\* estatisticamente significantes a 1%  
\* estatisticamente significantes a 5%

ERV, ERMV, ERCV, ERV\*) exibem um elevado coeficiente de correlação em relação à medida de Sharpe, como entre elas. Todos estatisticamente significativos a 1%, significa que elas produzem rankings semelhantes. É conveniente realçar a correlação positiva perfeita entre a medida de Sharpe e as que se baseiam no VaR, significa que essas medidas geram exactamente o mesmo ranking. Esta situação é justificada pelo facto de serem calculadas parametricamente. Para este grupo de medidas os resultados estão em harmonia com [Eling & Schuhmacher \(2007\)](#) e [Eling \(2008\)](#), ou seja, a escolha entre uma delas não é relevante.

A alta correlação entre os rankings, pode ser justificada pela característica empírica dos dados. Apesar de se rejeitar a hipótese da normalidade das rendibilidades, a medida da assimetria varia entre -0,1241 e 0,2297 o que significa que as rendibilidades seguem uma distribuição próxima da normal. Segundo [Zakamouline \(2010\)](#), se o desvio das distribuições das rendibilidades

não for severo ou, se as distribuições sofrem do mesmo tipo de desvio à normalidade, é pouco provável de se encontrar uma diferença significativa entre os rankings produzidos pelas diversas medidas.

Distinta das outras medidas, o UPR exibe um fraco nível de correlação com a medida de Sharpe. O motivo desta situação pode ser a diferença no modo como prémio de risco é visto por esta medida. Repare-se que o numerador do UPR é diferente das restantes. Também, é importante frisar que o UPR está negativamente correlacionada com o curtose, contrastando com as restantes medidas.

## 6 Conclusão

Uma das medidas de performance mais utilizada é a de Sharpe se baseia na média e variância. Devido aos pressupostos assumidos por essa medida torna-se duvidosa a sua utilização na avaliação de fundos, pois essas condições são raramente satisfeitas.

Como se sabe há uma vasta gama de medidas alternativas para o risco (Cogneau & Hübner, 2009). Mediante esta situação uma questão que emerge é: *Será, a escolha da medida a ser utilizada relevante?*

Estudos realizados por Eling & Schuhmacher (2007), Eling (2008), Zakamouline (2010) ou Ornelas *et al.* (2010) tentaram encontrar uma resposta à esta pergunta mas, os resultados desses estudos não são consensuais.

Este trabalho foi realizado com o mesmo propósito que os acima citados. Dada a impossibilidade de comparar todas as medidas existentes, optou-se por comparar o ranking produzido entre as medidas de Sharpe (que mede a relação entre o prémio de risco e o desvio padrão), as que avaliam o risco através do LPM (medidas de Omega, Sortino, Kappa 3 e Upside Potential Ratio) e as que medem o risco com base no VaR (a perda máxima prevista num determinado período de tempo com uma dada probabilidade ou nível de confiança). Com base no standard VaR, MVaR, CVaR e VaR $\star$  obteve-se ERV, ERMV, ERCV e ERV $\star$  calculadas com um nível de confiança de 95%.

Apesar da não normalidade das rendibilidades geradas pelos fundos, para as medidas que utilizam o mesmo numerador (Omega, Sortino, Kappa3, ERV, ERMV, ERCV e ERV $\star$ ) os rankings são fortemente correlacionados com a medida de Sharpe, tanto como entre elas. Com elevado coeficiente de Spearman e de Kendall, todos estatisticamente significativos a 1%, o resultado encontrado converge aos encontrados por [Eling & Schuhmacher \(2007\)](#) e [Eling \(2008\)](#), ou seja, a escolha entre elas não é crucial na avaliação do desempenho de fundos. Resultado explicado pela baixa variabilidade dos momentos característicos das distribuições das rendibilidades dos fundos que compõem a amostra.

Convém notar que para o UPR, a mesma conclusão não é válida. De acordo com os dados empíricos estudados, existe um fraco nível de correlação (inferior a 41%) entre o UPR e as restantes medidas utilizadas neste estudo e,

uma correlação negativa entre o UPR e curtose.

Mesmo o índice de mercado sofre uma drástica mudança de posição no ranking produzido por UPR, e as restantes. Por isso, a escolha das medidas parece ser importante no processo de avaliação de fundos conforme afirmado por [Ornelas \*et al.\* \(2010\)](#) e [Zakamouline \(2010\)](#).

## Referências

- ACERBI, C., & TASCHE, D. 2002. On the Coherence of Expected Shortfall. *Journal of Banking and Finance*, **26**(7), 1487–1503.
- ACERBI, C., NORDIO, C., & SIRTORI, C. 2001. Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management. *Italian Association for Financial Risk Management*. Working Paper.
- ADCOCK, C., AREAL, N., ARMADA, M., CEU CORTEZ, M., OLIVEIRA, B., & SILVA, F. 2010 (October). *Does the use of downside risk-adjusted measures impact the performance of UK investment trusts?* Working Paper <http://ssrn.com/abstract=1662627>.
- ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J.M., & HEATH, D. 1999. Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, **3**(9), 203–228.
- BERTSIMAS, D., LAUPRETEB, G. J., & SAMAROV, A. 2004. Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications. *Journal of Economic Dynamics and Control*, **28**(7), 1353–1381.
- BIGLOVA, A., ORTOBELLI, S., RACHEV, S., & STOYANOV, S. 2004. Different Approaches to Risk Estimation in Portfolio Theory. *Journal of Portfolio Management*, **31**(1), 103–112.
- CHEN, L., HE, S., & ZHANG, S. 2008. *When all risk-adjusted performance measures are the same: In praise of the Sharpe ratio.* [www.se.cuhk.edu.hk/zhang/Reports/seem2008-05.pdf](http://www.se.cuhk.edu.hk/zhang/Reports/seem2008-05.pdf).

- COGNEAU, P., & HÜBNER, G. 2009. The 101 ways to measure portfolio performance. *University of Liege*. working Paper <http://ssrn.com/abstract=1326076>.
- ELING, M. 2008. Does the Measure Matter in the Mutual Fund Industry? *Financial Analysts Journal*, **64**(3), 54–66.
- ELING, M., & SCHUHMACHER, F. 2007. Does the Choice of Performance Measure Influence the Evaluation of Hedge Funds? *Journal of Banking and Finance*, **31**(9), 2632–2647.
- FAVRE, L., & GALEANO, J. 2002. Mean-Modified Value-at-Risk Optimization with Hedge Funds. *Journal of Alternative Investments*, **5**(2), 21–25.
- FISHBURN, P. C. 1977. Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *American Economics Review*, **67**(2), 116–126.
- GRAU-CARLES, P., SAINZ, J., OTAMENDI, J., & DONCEL, L. 2009. *Different Risk-Adjusted Fund Performance Measures: A Comparison*. Economics Discussion Paper 2009-54. Kiel Institute for the World Economy.
- JORION, P. 2001. Value-at-Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk. *McGraw-Hill: Chicago*.
- KAPLAN, P. D., & KNOWLES, J. A. 2004. Kappa: A Generalized Downside Risk-Adjusted Performance Measure. *Journal of Performance Measurement*, **8**(3), 42–54.

- KOEKEBAKKER, S., & ZAKAMOULINE, V. 2009. Portfolio performance evaluation with generalized Sharpe ratios: Beyond the mean and variance. *Journal of Banking and Finance*, **33**(7), 1242–1254.
- LEE, S. L. 2007. Modified VAR and the Allocation to Real Estate in the Mixed-asset Portfolio. *University of Regensburg. Conference on Real Estate Economics and Finance*.
- NOETHER, G. 1981. Why Kendall Tau. *The Best of Teaching Statistics*, **3**(2), 41–43.
- ORNELAS, J., JÚNIOR, A., & J., FERNANDES. 2010. Yes, The Choice of Performance Measure Does Matter For Ranking of US Mutual Funds. *International Journal of Finance and Economics*, December. DOI: 10.1002/ijfe.437.
- ROCKAFELLAR, R. T., & URYASEV, S. 2000. Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*, **2**(3), 21–41.
- SARYKALIN, S., SARRAINO, G., & URYASEV, S. 2008. VaR vs. CVaR in Risk Management and Optimization. *Tutorials in Operations Research-Informs*, 270–294. doi 10.1287/educ.1080.0052.
- SHADWICK, W. F., & KEATING, C. 2002. A Universal Performance Measure. *Journal of Performance Measurement*, **6**(3), 59–84.
- SHARPE, W. F. 1966. Mutual Fund Performance. *Journal of Business*, **31**(1), 119–138.

- SING, F. T., & ONG, E. S. 2000. Asset allocation in a Downside Risk Framework. *Journal of Real Estate Portfolio Management*, **6**(3), 213–223.
- SINGER, A., & FAVRE, L. 2002. The Difficulties of Measuring the Benefits of Hedge Funds. *The Journal of Alternative Investments*, **5**(1), 31–42.
- SORTINO, F. A., & PRICE, L. N. 1994. Performance Measurement in a Downside Risk Frame-work. *Journal of Investing*, **3**(3), 59–65.
- SORTINO, F. A., VAN DER MEER, R., PLANTINGA, A., & FORSEY, H. 2003. The Upside Potential Ratio: What Are We Trying to Measure? *Senior Consultant*, **6**(11), 1–3.
- YAMAI, Y., & YOSHIBA, T. 2004. Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective. *Journal of Banking and Finance*, **29**(4), 997–1015.
- ZAKAMOULINE, V. 2010 (January). *The Choice of Performance Measure Does Influence the Evaluation of Hedge Funds*. working Paper <http://ssrn.com/abstract=1403246>.

Tabela 5: Performance dos fundos.

	Sharpe	Omega	Sortino	K3	UPR	ERV	ERMV	ERCv	ERV*
Columbia Funds Series Trust	0,01135	1,03408	0,01596	0,01032	0,48422	0,00695	0,00763	0,00480	0,00777
Principal Funds, Inc	0,00834	1,02807	0,01308	0,00848	0,47900	0,00571	0,00620	0,00392	0,00620
Vantagepoint Funds	0,00809	1,02428	0,01149	0,00751	0,48457	0,00494	0,00554	0,00346	0,00536
Waddell Reed Advisors Funds, Inc	0,00749	1,02200	0,01054	0,00699	0,48959	0,00458	0,00498	0,00318	0,00482
SSgA Funds	0,00534	1,01596	0,00756	0,00493	0,48134	0,00326	0,00390	0,00230	0,00365
DWS Value Equity Trust	0,00467	1,01396	0,00663	0,00439	0,48172	0,00285	0,00327	0,00199	0,00301
SP 500	0,00464	1,01410	0,00656	0,00427	0,47157	0,00283	0,00320	0,00196	0,00297
Ivy Funds, Inc	0,00328	1,00955	0,00460	0,00306	0,48640	0,00200	0,00218	0,00139	0,00213
Fidelity Hastings Street Trust	0,00243	1,00720	0,00343	0,00227	0,48034	0,00148	0,00163	0,00104	0,00162
JPMorgan Trust I	0,00223	1,00668	0,00316	0,00207	0,47653	0,00136	0,00156	0,00095	0,00145
Vanguard Tax-Managed Funds	0,00186	1,00557	0,00263	0,00172	0,47547	0,00113	0,00129	0,00079	0,00120
AIM Equity Funds	0,00186	1,00554	0,00264	0,00178	0,47897	0,00113	0,00125	0,00078	0,00121
JPMorgan Trust I	0,00149	1,00448	0,00212	0,00138	0,47442	0,00091	0,00106	0,00063	0,00099
BBH Trust	0,00141	1,00415	0,00201	0,00136	0,48709	0,00086	0,00096	0,00061	0,00089
Dryden Tax-Managed Funds	0,00105	1,00312	0,00148	0,00097	0,47563	0,00064	0,00072	0,00045	0,00069
Bridgeway Funds, Inc	0,00096	1,00284	0,00136	0,00091	0,48155	0,00058	0,00066	0,00041	0,00063
PIMCO Funds	0,00087	1,00269	0,00122	0,00076	0,45432	0,00053	0,00065	0,00037	0,00059
Hartford Mutual Funds, Inc	0,00081	1,00240	0,00115	0,00076	0,48056	0,00050	0,00057	0,00035	0,00054
Dreyfus/Laurel Funds, Inc	0,00017	1,00050	0,00024	0,00016	0,47628	0,00010	0,00011	0,00007	0,00011
Thrivent Mutual Funds	-0,00007	0,99979	-0,00010	-0,00006	0,46396	-0,00004	-0,00005	-0,00003	-0,00005
Hartford Mutual Funds, Inc	-0,00008	0,99975	-0,00011	-0,00007	0,46116	-0,00005	-0,00006	-0,00003	-0,00005
Goldman Sachs Trust	-0,00035	0,99897	-0,00049	-0,00032	0,47569	-0,00021	-0,00024	-0,00015	-0,00022
Domini Social Investment Trust	-0,00149	0,99562	-0,00211	-0,00140	0,47949	-0,00090	-0,00100	-0,00063	-0,00095
STAIR Investment Trust	-0,00188	0,99462	-0,00261	-0,00175	0,48137	-0,00114	-0,00119	-0,00079	-0,00119
ING Series Fund, Inc	-0,00199	0,99410	-0,00280	-0,00183	0,47234	-0,00121	-0,00138	-0,00085	-0,00130
Green Century Funds	-0,00262	0,99231	-0,00374	-0,00249	0,48254	-0,00159	-0,00180	-0,00114	-0,00167
First Investors Equity Funds	-0,00504	0,98531	-0,00710	-0,00470	0,47588	-0,00305	-0,00345	-0,00217	-0,00328

As medidas de risco VaR, MVaR, CVaR foram calculadas a um nível de confiança de 95%. Para LPM a taxa mínima aceitável pelos investidores é igual à taxa isenta de risco (aproximadamente 0,00814%)

Tabela 6: Ranking dos fundos de acordo com os valores obtidos da aplicação das medidas de performance

	Sharpe	Omega	Sortino	K3	UPR	ERV	ERMV	ERCV	ERV*
Columbia Funds Series Trust	1	1	1	1	5	1	1	1	1
Principal Funds, Inc	2	2	2	2	14	2	2	2	2
Vantagepoint Funds	3	3	3	3	4	3	3	3	3
Waddell Reed Advisors Funds, Inc	4	4	4	4	1	4	4	4	4
SS&A Funds	5	5	5	5	10	5	5	5	5
DWS Value Equity Trust	6	7	6	6	7	6	6	6	6
SP 500	7	6	7	7	24	7	7	7	7
Ivy Funds, Inc	8	8	8	8	3	8	8	8	8
Fidelity Hastings Street Trust	9	9	9	9	12	9	9	9	9
JPMorgan Trust I	10	10	10	10	16	10	10	10	10
Vanguard Tax-Managed Funds	11	11	12	12	21	11	11	11	12
AIM Equity Funds	12	12	11	11	15	12	12	12	11
JPMorgan Trust I	13	13	13	13	22	13	13	13	13
BBH Trust	14	14	14	14	2	14	14	14	14
Dryden Tax-Managed Funds	15	15	15	15	20	15	15	15	15
Bridgeway Funds, Inc	16	16	16	16	8	16	16	16	16
PIMCO Funds	17	17	17	18	27	17	17	17	17
Hartford Mutual Funds, Inc	18	18	18	17	11	18	18	18	18
Dreyfus/Laurel Funds, Inc	19	19	19	19	17	19	19	19	19
Thrivent Mutual Funds:	20	20	20	20	25	20	20	20	20
Hartford Mutual Funds, Inc	21	21	21	21	26	21	21	21	21
Goldman Sachs Trust	22	22	22	22	19	22	22	22	22
Domini Social Investment Trust	23	23	23	23	13	23	23	23	23
STAAR Investment Trust	24	24	24	24	9	24	24	24	24
ING Series Fund, Inc	25	25	25	25	23	25	25	25	25
Green Century Funds	26	26	26	26	6	26	26	26	26
First Investors Equity Funds	27	27	27	27	18	27	27	27	27